

İBTİDAI SINIFLƏRDƏ KOMBİNATORİKA ELEMENTLƏRİNİN ÖYRƏDİLMƏSİ

Açar sözlər: kombinatorika, riyaziyyat, məsələ, say

Key words: combinatorics, maths, a task, number

Ключевые слова: комбинаторика, математика, задача, число

İbtidai siniflərdə şagirdlərin ətraf mühit haqqında bilikləri formalaşır. Məktəbəqədər dövrdən fərqli olaraq, burada uşaqlar müəllimin rəhbərliyi altında müşahidə etmək yolu ilə təcrübə qazanırlar. Bununla yanaşı onlar gördüklərindən nəticə çıxarı və bunu ifadə edirlər.

Məzmun seçimi və əsas riyazi biliklərin öyrədilməsi ardıcılığı ibtidai təhsil üzrə Milli Kurikulumda əhatə olunmuşdur. Kiçik məktəbli yaşı dövründə uşaqların psixi inkişafında aparıcı rol təlimə məxsusdur. Təlim prosesində onların intellektual və idraki imkanlarının formalaşması baş verir, bu illər ərzində uşağın bütün ünsiyyət sistemi təlim üzərində cəmlənir.

Rus tədqiqatçıları O.İ.Qalina və S.Şabalini, M.Volokita 6-7 yaşlı uşaqlar üzərində tədqiqat aparmışlar. Tədqiqatçılara görə uşaqlar qavrayış prosesində cisimləri təhlil etmirlər, cisimlərlə qarşılaşdıqda sadəcə olaraq öz təəssüratlarını əks etdirirlər. N.Y.Vilenkin və onun tələbələri tərəfindən tərtib edilən riyaziyyatın ilkin anlayışlar sistemi riyaziyyatın məktəb kursunda əsaslı anlayışların, həmçinin bütün riyaziyyat kursunun eyni bir xətt üzrə öyrənilməsinə imkan verir.[1]

Kombinatorika termini riyaziyyat elminə ilk dəfə alman alimi Vilhelm Leybnis tərəfindən gətirilmişdir. 1666-cı ildə Leybnis özünün "Kombinator sənəti haqqında fikirlər" əsərini dərc etdirmişdir. Burada Leybnis elementlərin müxtəlif birləşmələrini, həmçinin kombinatorikanın hesabda, məntiq elmində, şeir sənətində tətbiqini nəzərdən keçirmişdir. Bütün həyatı boyu Leybnis dəfələrlə kombinatorikaya müraciət etmiş, ümumi kombinatorika nəzəriyyəsinin tərtibi isə onun ən böyük, lakin həyata keçirə bilmədiyi arzusu olaraq qalmışdır. XVIII əsrdə bir çox məşhur riyaziyyatçı alimlər bu sahəyə müraciət etmişlər. 1713-cü ildə Yakob Bernullinin o zamana qədər məlum olan kombinatorika faktlarından bəhs edən əsəri dərc edilmişdi. İki yüz il ərzində bu əsərdən "Fərziyyələr sənəti" kombinatorika elminin məlumat kitabçası kimi istifadə edilirdi. Onun "Böyük ədədlər qanunu" adlı teoremi özündən əvvəlki işlərin nəzəri əsaslandırılması olmuşdur. Ehtimal nəzəriyyəsinin inkişafında növbəti uğurlar Muavr, Laplas, Qauss, Puasson və başqalarının adları ilə bağlıdır. [2]

Leonard Eyler (1707-1783) sehrli və latın kvadratlarının qurulması məsələləri ilə ədədlərin parçalanması, dövrü yerdəyişmələr və s. məsələlərlə məşğul olmuşdur. Bu sahədə P.L.Çebışev (1821-1894) və onun tələbələri A.A.Markova (1856-1922) və A.M.Lyapunovanın (1857-1918) işlərini xüsusilə qeyd etmək lazımdır. Məhz bu dövrdən başlayaraq ehtimal nəzəriyyəsi ciddi riyazi elmə çevrilir. Sonradan S.N.Bernşteyn, A.N.Kolmoqorov, A.Y.Xinçin, B.V.Qnedenko kimi məşhur riyaziyyatçılar ehtimal nəzəriyyəsinin inkişaf etdirmişlər.

Müasir dövrdə kombinatorika riyaziyyatın bir bölməsi kimi tədris edilir. Milli Kurikuluma əsasən hazırlanmış 1-4-cü sinif dərslərlərində kombinatorika ilə bağlı bir çox maraqlı məsələ və misallar təqdim edilmişdir.

Hazırda kombinatorikanın özü ayrıca bir elm sahəsi olub, hesablama və ya sayma kombinatorikası, struktur kombinatorikası, ekstremal kombinatorika, Ramsey nəzəriyyəsi, ehtimal kombinatorikası, topoloji kombinatorika, infinitar kombinatorika kimi sahələrə bölünür.

Tutaq ki, A və B çoxluqları verilmişdir. A çoxluğunun hər bir elementini B-nin bütün elementləri ilə götürməklə alınan cütlər çoxluğuna A ilə B-nin Dekart hasili deyilir və $A \times B$ kimi işarə edilir. [3, səh. 32-38]

Sonlu çoxluqların Dekart hasili də sonlu çoxluq olur və hasilin elementlərinin sayını bu çoxluqların elementlərinin sayına görə tapmaq olar.

A və B çoxluqları sonlu isə, onların Dekart hasilindəki cütlər çoxluğunun elementlərinin sayı

$$n(A \times B) = n(A) \times n(B)$$

düsturu ilə təyin olunur.

Dekart hasil anlayışı ilə bağlı şagirdlərə aşağıdakı kimi məsələlər təklif edilə bilər.

Məsələ. 7 növ zərf və 6 növ markadan neçə müxtəlif markalı zərf düzəltmək olar?

Həlli: Zərfi 7 qayda ilə seçmək mümkündür. Hər zərfə uyğun markanı isə 6 üsulla seçmək olar. Deməli, cəmi $7 \cdot 6 = 42$ üsulla müxtəlif markalı zərf düzəltmək olar. Zərflər çoxluğunu Z ilə, markalar çoxluğunu M ilə işarə edək. Məsələn həll etmək üçün çoxluqlarda hasil qaydasını tətbiq edərək, $Z \times M$ Dekart hasilinin elementlərinin sayını tapmaq lazımdır.

$$n(Z \times M) = n(Z) \cdot n(M) = 7 \cdot 6 = 42$$

Müşahidələr və aparılan eksperimentlər göstərir ki, kombinatorika elementləri ilə şagirdləri təlimin ilk pilləsindən başlayaraq tanış etmək mümkündür. Şagirdlər bunun üçün lazım olan propedevdik hazırlığa və zəruri biliklər sisteminə malik olurlar. Əyləncəli məsələlərdən istifadə etdikdə şagirdlərə həmin anlayışları asan aşılamaq və tədrisən dərinləşdirmək olur.

Hər bir kombinatorika məsələsinin həllində birinci mərhələ hər hansı sonlu çoxluğun verilmiş xassəyə malik olan elementlərinin mövcud olub-olmadığını müəyyənləşdirməkdən ibarətdir. Həmin xassəyə malik element olduğu halda ikinci mərhələ başlayır. Bu mərhələdə həmin elementlər bir qrupda birləşdirilir və onların sayı müəyyən olunur.

Şagirdlər n -in (hadisələrin, obyektlərin, elementlərin sayının) kiçik qiymətlərində eksperiment aparır və uyğun nəticələr ala bilirlər. Eksperiment üçün uşaq aləmindən, şagirdlərə tanış olan hadisə, obyekt və proseslərdən istifadə olunmalıdır. Şagirdlər bu obyekt, hadisə və ya prosesin müxtəlif kombinasiyalarını tərtib edirlər. Bu kombinasiyalar arasında eyni və müxtəlif olanları fərqləndirirlər və bunları əks etdirən cədvəl tərtib edirlər. Tədrisən n -in böyük qiymətləri üçün eksperiment davam etdirilir. Sonra deduktiv mühakimə aparılır.

Çoxsaylı təcrübə nəticəsində şagirdlər yeni anlayışları kəşf edirlər, yeni qanunauyğunluqları axtarırlar. Əsas məktəbdə kombinatorika elementlərinin tədrisi şagirdlərin riyazi hazırlıqlarının yüksəldilməsinə, riyaziyyatın müxtəlif sahələri arasındakı əlaqələri öyrənmələrinə köməklik göstərir. Onlar məsələni təkrarlı birləşmələrlə tanış olurlar və birləşmələri sonlu çoxluqların inikası kimi öyrənirlər.

Kombinatorika anlayışları bir tərəfdən çoxluq və inikas dilində asanlıqla ifadə edilir, digər tərəfdən isə burada istifadə edilən mühakimə metodu stoxastik bacarığın verilməsində istifadə edilir və onların formalaşmasına köməklik göstərir. Bu məqsədlə uyğun çalışmalardan istifadə edilməlidir. Şagirdlər 3-6 nəfərlik qruplara bölünür. Şagirdlərə təklif olunur ki, yazılışında iki 3 rəqəmi və iki 4 rəqəmi olan dörd rəqəmli ədədləri yazsınlar. Şagirdlər növbə ilə bu ədədləri yazırlar. Hər şagird yeni ədəd yazdıqdan sonra müəllim aşağıdakı iki şərtin yoxlanmasını şagirdlərə tapşırır. [3]

Düzəldilən ədəd məsələnin şərtini ödəyirmi?

Bu ədəd əvvəlki ədədin təkrarındır mı?

Əgər şagirdlər düzəldilən ədədin məsələnin şərtini ödəmədiyini, yaxud təkrar olunduğunu müəyyən etsələr, onda müəllimin tələbi ilə şagirdlər bu ədədi yenidən yazırlar.

Proses bu qayda ilə davam etdirilir.

Bu tip məsələdə iki rəqəm olduğundan şagirdlər tapşırığın öhdəsindən gələ bilirlər.

3344; 3434; 3443; 4343; 4334

Bundan sonra müəllim şagirdlərə bu tipli çalışmaları müstəqil həll etmək məqsədilə verir.

Məsələ 1: Rəqəmləri 7 və 8 olan rəqəmləri təkrarlamayan neçə ikirəqəmli ədəd düzəltmək olar?

Məsələ 2: Yazılışında bir 4 rəqəmi və iki 5 rəqəmi olan neçə üçrəqəmli ədəd var?

Məsələ 3: Yazılışında bir 8 rəqəmi və üç 9 rəqəmi olan neçə beş rəqəmli ədəd var?

Məsələ. 4, 5, 6, 7 rəqəmlərinin köməyi ilə neçə dörd rəqəmli (rəqəmləri təkrarlanmayan) ədəd yazmaq olar?

Məsələləri tədrisən mürəkkəbləşdirmək olar.

Aparılan eksperimentin nəticələri göstərir ki, verilən tapşırığı şagirdlərin hamısı yerinə yetirə bilməsələr də, onlar aşağıdakı suallara cavab vermək bacarığına yiyələnirlər: [4]

a) Düzəldilən ədədlər məsələnin şərtini ödəyirmi?

b) Düzəldilən ədədlər arasında təkrarlanan varmı?

c) Mümkün olan bütün ədədlər düzəldilibmi?

d) Şərti ödəyən daha hansı ədədlər düzəltmək olar?

Şagirdlər sadəcə hallarda mümkün olan bütün ədədləri tərtib edirlər və yeni ədəd düzəltməyin mümkün olmadığını əsaslandırmağı bacarırlar.

Belə tapşırıqlar vasitəsilə tədrisən şagirdlərdə təkrarlı birləşmələr haqqında təsəvvür yaradılır. Bu məqsədlə aşağıdakı kimi tapşırıqlar verilir:

Biri qırmızı, biri sarı, biri yaşıl olmaqla üç düymə verilir. Bu düymələri iki-iki düzmək tələb olunur. [5]

Nəticədə aşağıdakı təkrarsız düzülüşlər sistemi alınır:

1) QY; QS; YQ; YS; SQ; SY.

Müəllimin köməkliyi ilə aşağıdakı kimi düzəliş tərtib edilir:

2) QQ; QY; QS; YQ; YY; YS; SQ; SY; SS.

Şagirdlərin diqqəti ikinci halda birləşmələrin sayının çox olduğuna yönəldilir ki, bunun səbəbi izah edilərək təkrarlı qruplar (ardıcılıqlar) göstərilir.

3) QQ; QY; QS; YY; YS; SS.

4) QY; QS; YS.

Üçüncü halda rənglərin verildiyi ardıcılıq nəzərə alınmış, eyni rəngli düymələrdən qruplar da tərtib edilmişdir.

Dördüncü halda ancaq rənglərin verilmə ardıcılığı nəzərə alınmış, təkrara yol verilməmişdir.

Müəllim şagirdlərə aşağıdakı sualı verir: [5]

Nə üçün bir halda qrupların sayı çox, digər halda isə azdır?

Bəzən şagirdlər özləri bu sualı müəllimə verirlər.

Belə tapşırıqların icrası zamanı müxtəlif həvəsləndirici situasiyalar yaratmaq olar. Məsələn, kim yeni sıra tətib edərsə, ona 1 bal verirlər.

Kim başqa şagirdin düzəltdiyi ardıcılığın səhv olduğunu yaxud orada təkrara yol verildiyini düzgün göstərsə ona 2 xal verilir.

Mümkün olan bütün ardıcılıqları tərtib edən və onu əsaslandıran şagirdə 5 xal verilir.

Belə olduqda şagirdlərdə qalib gəlmək həvəsi yaranar ki, bu da onların fəallığının artmasına səbəb olar.

Tədrisən müxtəlif rəngli şəkillər ardıcılığının tərtibinə, müxtəlif rəngli parçalardan bir neçə stula üz çəkilməsinə, qutuda olan dairələrin və zərlərin çıxarılmasına, zərlərin atılmasına və s. aid tapşırıqlar icra etdirilir. Kombinatorika elementlərinin öyrədilməsi şagirdlərə bütün sonrakı riyaziyyat kursunda çox vacib keyfiyyətlərin aşılmasına xidmət edir. Belə ki, şagirdlər kombinatorika anlayışı vasitəsilə obyektlərin müqayisə edilməsi, təsnif edilməsi, onların arasındakı oxşar və fərqli cəhətlərin müəyyən edilməsi kimi vacib vərdişlərə yiyələnirlər. Tədqiqatda təqdim edilən məsələ həlli nümunələrində şagirdlərin praktik bacarıq və vərdişlərinin və ümumiyyətlə, dünyagörüşlərinin inkişafında bu anlayışın böyük rolu olduğu aydın olur. Buna görə də təhsilin ilk pillələrindən şagirdlər kombinatorika anlayışı ilə tanış edilməli, bu elementlərdən istifadə edərək ümumiləşdirmə, müqayisə, analogiya və s. kimi əməliyyatlardan istifadə etməyi öyrənməlidirlər.

Ədəbiyyat:

1. Виленкин П. Я. Индукция. Комбинаторика: Пособие для учителей.- М.: Просвещение, 1976. 48 с.
2. Морю, М.И. Методика обучения математике первых-третьих классах / М.И. Морю, А.М. Пышало. М.: Просвещение, 1978.
3. Feyziyev S.A., Şükürov R.Y. Riyaziyyatın ibtidai kursunun nəzəri əsasları. Dərslik. Bakı: ADPU nəşriyyatı, 2010.
4. Qəhrəmanova N., Əsgərova C. və b. Riyaziyyat 3. Müəllim üçün metodik vəsait. Bakı: Altun Kitab, 2010.
5. Qəhrəmanova N., Əsgərova C. və b. Riyaziyyat 4. Müəllim üçün metodik vəsait. Bakı: Bizim Kitab, 2011.

Teaching of combinatorial elements in primary school

Summary

The article addresses some of the issues related to teaching mathematics in primary school. The source is called combinatorial task theory. On their basis the basic signs of the concept of combinatorial task sistem have been formed. Combinator task sistem is a set of rules and types of combinator tasks. This sistem is an effective tool for improving the quality of mathematical knowledge. The need for a solution to the problem of sustainability between primary and secondary schools has led to the purpose of this study. The article justifies the possibility of incorporating combinatorial tasks into the learning process of primary school mathematics.

Изучение элементов комбинаторики в начальных классах

Резюме

В статье рассмотрены некоторые вопросы, связанные с преподаванием математики в начальной школе. В качестве исходных определены следующие теоретические положения: «комбинаторика», «комбинаторная задача». На их основе сформулированы существенные признаки понятия «система комбинаторных задач». Система комбинаторных задач - это совокупность видов и способов решения комбинаторных задач. Данная система является эффективным средством повышения качества математических знаний. Необходимость решения проблемы преемственности между начальной и основной школой обусловили цель данного исследования. В статье обосновывается возможности включения комбинаторных задач в процесс усвоения программного содержания математики начальной школы.

Rəyçi: dos.R.Eyyubov